

TRAVAUX DIRIGES DE MATHS BARYCENTRE

EXERCICE 1 : 4,5 pts

$\triangle ABC$ est un triangle isocèle de sommet principale A tel que $AB = 2,5\text{cm}$ et $BC = 4\text{cm}$.

Soient : I le milieu de [BC] et G le barycentre de $\{ (A ; -1), (B ; 1), (C ; 1) \}$.

- 1- a) démontrer que les points A, I et G sont alignés.

1 pt

b)- Vérifier que $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AI}$

0,5 pt

- 2- a)- Démontrer que $-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$ et que $-\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AG}$ 1 pt

- b)- Déterminer l'ensemble (C) des points M du plan tels que :

$$\|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AG}\|$$

1 pt

Construire G et (C) .

EXERCICE 2 : 4 pts

Le plan est muni d'un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) , on donne $A(1 ; 2)$, $B(-2 ; 3)$, $C(1 ; 9)$

- 1- Déterminer les réels a et b tels que O soit le barycentre du système $\{(A ; a), (B ; b), (C ; -1)\}$

- 2- On suppose $a=3$ et $b=1$ démontrer que pour tout point M du plan $3MA^2 + MB^2 - MC^2 = 3MO^2 + 3OA^2 + OB^2 - OC^2$.

- 3- Déterminer et construire l'ensemble (φ) tel que :

$$3MA^2 + MB^2 - MC^2 = -42\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$$

- 4- Donner une représentation paramétrique et une équation cartésienne de (φ)

EXERCICE 3 : 6,5 pts

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB=6$ et

$BC=8$. I est le milieu de [AC], J, K et G sont des points tels que $3\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BK}$ et

$$\overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}.$$

- 1- Démontrer que les points G, A et K sont alignés.

- 2- Démontrer que les points G, B et I sont alignés.

- 3- Démontrer que les points G, C et J sont alignés.

- 4- Que peut-on dire des droites (AK), (BI) et (CJ) ?

- 5- Démontrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$.

- 6- Donner la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

- 7- Calculer AG^2 , BG^2 et CG^2 .

- 8- Déterminer et tracer l'ensemble des points M du plan tels que :

$$AM^2 + 2BM^2 + CM^2 = 111$$

« quand on est poisson, même un œuf suffit pour casser la dent... »

EXERCICE 4 : 6 points

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle en C de ses direct tel que $BC=2$ et $AC=3$; G est le barycentre du système $\{(A, 2); (B, 5); (C, -3)\}$. E est un point du plan tels que $\overrightarrow{BE} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

- 1- Montrer que E est un barycentre des points B et C affectés des coefficients à déterminer.
- 2- Démontrer que A, E et G sont alignés.
- 3- a) Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (C) des points M du plan tels que $AM^2 + EM^2 = 35$
b) Placer les points E et G. Tracer (C)
- 4- On considère le repère (C, \vec{i}, \vec{j}) tel que $\vec{i} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\vec{j} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$
 - a) Donner les coordonnées de A, B, C et G dans le repère (C, \vec{i}, \vec{j})
 - b) Donner une représentation paramétrique, puis une équation cartésienne de (C) dans le repère (C, \vec{i}, \vec{j}) .

EXERCICE 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J) soient E(1 ;3) et F(-1 ;3) deux points du plan.

- 1- Déterminer les coordonnées du point J tel que E soit le symétrique de F par rapport à J
0,5 pt
 - 2- a)- Montrer que pour tout point M du plan, on a $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = MJ^2 - \frac{EF^2}{4}$.
0,75 pt
b)- en déduire la nature de (Γ) , ensemble ds points du plan tels que : $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 7$
0,75 pt
c) – construire (Γ) , dans (o, \vec{i}, \vec{j}) .
 - 3 Donner une équation cartésienne de (ζ) dans le repère (O ;I,J).
- 4 (ζ) rencontre l'axe (OI) en deux points A et B et le parallèle à (OJ) passant par J en deux points C et D.
- a) Donner les coordonnées des points A, B, C et D.
 - b) Quelle est la nature exacte du quadrilatère ABCD ?
 - c) Calculer son aire.

EXERCICE 6 : 7 points

L'unité de longueur est le centimètre. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ;I,J).

Soit : A(-1 ; $2-2\sqrt{3}$) ; B(3 ; $2-2\sqrt{3}$) ; C(1 ;2) et K le symétrique de B par rapport à C.

I

- 1- Déterminer que K est le barycentre des points B et C affectés des coefficients que l'on déterminera. Calculer les coordonnées de K.
- 2- Calculer AB, AC, BC et donner la nature du triangle ABC.
- 3- Calculer BK, AK et démontrer que le triangle ABK est rectangle en A.
- 4- Ecrire une équation cartésienne de la droite (BC).
- 5- Résoudre l'équation $x^2 + 2x - 1 = 0$ et en déduire l'ensemble des réels m tels que le système de points pondérés $\{(A; m), (B; m + 2), (C; m^2 - 3)\}$ admet un barycentre G.

« quand on est poisseux, même un œuf suffit pour casser la dent... »

II Dans la suite de l'exercice, on prend $m=-1$.

- 1- Démontrer que G est le milieu du segment [AK].
- 2- Calculer les coordonnées de G et les distances AG, BG et CG.
- 3- Démontrer que pour tout point M du plan, $AM^2 - BM^2 + 2CM^2 = 2GM^2 - 8$.
- 4- Donner la nature et les éléments caractéristiques du lieu géométrique (Γ) des points M du plan tels que $AM^2 - BM^2 + 2CM^2 = 0$.
- 5- Vérifier que $C \in (\Gamma)$.

DIARRIANG

« quand on est poisson, même un œuf suffit pour casser la dent... »