MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DELEGATION REGIONALE DU LITTORAL
DELEGATION DEPARTEMENTALE DU WOURI
COLLEGE POLYVALENT SUZANNA
B.P :12696 Dla, Tel : 96 02 07 68

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX – TRAVAIL – PATRIE
DISCIPLINE – TRAVAIL – SUCCES

EVALUATION DE LA DEUXIEME SEQUENCE

Classe:	TERMINALE	Série:	C	Année	2017 - 2018
Epreuve:	MATHEMATIQUES	Coef:	5	Durée:	4 heures

Exercice 1: 4. 25pts

Alain dit à Paul : « *Mon âge divise deux fois ton âge plus 17* » et Paul répond : « *oui, le mien divise le tien plus quatre* ». Alain et Paul ont chacun au moins un an.
On notera par x l'âge de Alain et y celui de Paul (x >1 et y >1).

1) Justifier que (x ; y) est solution de : $\begin{cases} 2y - nx = -17 \\ x - my = -4 \end{cases}$ n et m sont des entiers naturels

2)a) Montrer que le PGCD de x et y est soit 1, soit 17 **0.25pt**

b) Montrer que le PGCD de x et y est soit 1, soit 2, soit 4. **0.25pt**

c) En déduire que x et y sont premiers entre eux. **0.25pt**

3) Montrer que n et x sont des nombres impairs, puis que m et y sont impairs. **1pt**

4) a) Exprimer x et y en fonction de m et n. **0.5pt**

b) En déduire que x est un diviseur de 17m + 8 **0.25pt**

c) Etant donné que y >1, montrer que m < 4 + $\frac{19}{n}$ **0.25pt**

d) En déduire que m ne peut prendre que des valeurs impaires comprises entre 1 et 21. **0. 5pt**

5) Sachant que x est un diviseur de 17m+8 et que x – my = - 4, examiner toutes les valeurs possibles de m puis en déduire que ce problème a cinq solutions que vous préciserez. **1pt**

Exercice 2: 5pts

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct ($O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}$). On considère les points $A(3\,;-2\,;\,2), B(6\,;\,1\,;\,5)$ *et* $C(6\,;-2\,;-1)$.

1) Monter que le triangle ABC est un triangle rectangle. **0.5 pt**

2) Soit (P) le plan d'équation cartésienne $x + y + z - 3 = 0$. Monter que (P) est orthogonal à la droite (AB) et passe par A. **0.5 pt**

3) Soit (P') le plan orthogonal à la droite (AC) et passant par A. Déterminer une équation cartésienne (P'). **0.5 pt**

4) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D), intersection des plans (P) et (P'). **0.5 pt**

5) Soit I le milieu de [BC], calculer la distance de I à (D). **0. 5 pt**

6) a) Soit $D(0\,;\,4\,;-1)$. Montrer que (AD) est perpendiculaire au plan (ABC). **0.5 pt**

b) Calculer le volume du tétraèdre ABCD. **0.5 pt**

c) Montrer que l'angle géométrique $\widehat{BDC}$ a pour mesure $\frac{\pi}{4}$. **0.5 pt**

d) Calculer DB et DC; puis l'aire du triangle BDC. **1 pt**

Exercice: 4pts

Dans le plan complexe rapporté à un repere orthonormé direct ($O;\vec{u}\,;\vec{v}$), on considère l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = z^2 - 4z$

1) Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = 1 - i\ \ et\ \ z_B = 3 + i$

a) Calculer les affixes des points A' et B' images de A et B par f **0.5pt**

b) Demontrer que si deux points distincts ont la meme image par f , alors l'un est le symetrique de l'autre par rapport à un point que l'on precisera **0.5pt**

2) Soit I le point d'affixe $z_I = -3$

a) Démontrer que OMIM' est un parallélogramme ssi $z^2 - 3z + 3 = 0$ **0.5pt**

b) Résoudre dans C l'équation $z^2 - 3z + 3 = 0$ **0.5pt**

3) a) Exprimer (z' + 4) en fonction de (z – 2) **0.5pt**

b) Déduire une relation entre |z' + 4| et |z – 2| , puis entre arg(z' +4) et arg(z – 2)

4) On considère lespoints J et K d'affixes respectives $z_J = 2\ \ et\ \ z_K = -4$. Démontrer que si le point M est sur le cercle de centre J et de rayon 2 alors son image M'est sur un cercle que l'on determinera **0.5pt**

5) Soit E le point d'affixe $z_E = -4 - 3i$

a) Donner la forme trigonoùmetrique de ($z_E + 4$) **0.5pt**

b) A l'aide de 3.a., demontrer qu'il existe deux points dont l'image par f est E **0.5pt**

<u>PROBLEME</u>: 6.7 5pts

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique 2 cm). D désigne l'intervalle]1 ; +∞[. f est la fonction définie sur D par : $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$.

<u>Partie A :</u>

1) a) Déterminer les limites de f aux bornes de D **0.5 pt**

b)Montrer la dérivée de f garde un signe constant sur D. **0.5 pt**

c) Justifier f est une bijection de D vers un ensemble à déterminer. **0.25pt**

d) Dresser le tableau de variation de f **0.5pt**

d) Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α dans l'intervalle $\left]\frac{3}{2}\ ; 2\right[$ **0.5pt**

2) Déterminer les branches infinies à (C) et Construire (C) **1pt**

<u>Partie B :</u>

On considère l'intervalle I = $\left]\frac{3}{2}\ ; 2\right[$ et la fonction g définie sur I par $g(x) = \frac{2x^2-x+1}{x^2}$

1) a) Préciser le sens de variations de g. **0.5pt**

b) Montrer que $g(I) \subset I$ **0.25pt**

c) Démontrer que $g(\alpha) = \alpha$ **0.5pt**

d) Montrer que $\forall\ x \in \left]\frac{3}{2}\ ; 2\right[\ ;\ |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$ **0. 5pt**

2) On définit la suite $(U_n)\ par\ U_0 = 2\ et\ pour\ tout\ entier\ n\ ;\ U_{n+1} = g(U_n)$

a) Montrer par récurrence que pour tout entier n de IN, $U_n \in I$ **0.5pt**

b) Démontrer que pour tout entier n de IN ;

$|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$ **0.75pt**

c) Démontrer que pour tout entier n de IN ; $|U_n - \alpha| \leq (\frac{1}{2})^n$ **0. 5pt**