

Exercice 1

On considère le polynôme P défini par $x^3 + 2x^2 - x - 2$

1. Vérifier que $P(x) = (x + 2)(x^2 - 1)$
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$
3. En déduire les solutions es équations suivantes :
 - a. $\ln^3 x + 2 \ln^2 x - \ln x - 2 = 0$
 - b. $e^{2x} + 2e^x - 1 - 2e^{-x} = 0$

Exercice 2

1. Combien de nombres de trois chiffres peut - on écrire en utilisant les chiffres 2, 5 et 7 (les chiffres pouvant être répétés)
2. Une urne contient 5 boules numérotées distinctement et indiscernables au toucher ; 2 sont rouges et 3 sont vertes. On effectue un tirage successif de 2 boules de la manière suivante : On tire une première boule
 - Si elle est rouge, on note son numéro, on la remet dans l'urne.
 - Si elle est verte, on note son numéro, on la garde à l'extérieur et on effectue un deuxième tirage. X désigne le nombre de numéros issus des boules rouges obtenues à l'issu des deux tirages.
 - a. Montrer que les valeurs prises par X sont 0, 1 et 2.
 - b. Déterminer la loi de probabilité de X

Problème

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 10}{x + 1}$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité sur les axes 1cm)

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de D_f
3. En déduire une asymptote à (C)
4. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C)
5. Etudier la position de (C) par rapport à (D)
6. Calculer $f'(x)$ pour pour $x \neq -1$
7. Dresser le tableau de variation de f .
8. Construire la droite (D) et la courbe (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})
9. Tracer dans le repère que (C) la courbe Γ représentative de la fonction g définie sur $] - \infty, - 1[$ par $g(x) = -f(x)$
10.
 - a. Déterminer une primitive sur $] - \infty, - 1[$ de la fonction : $x \mapsto \frac{-9}{x + 1}$
 - b. En déduire l'aire du domaine du plan délimité par la courbe (Γ) et les droites d'équation $y = -x - 1$; $x = -4$ et $x = -2$

Exercice 1

1. Résoudre dans \mathbb{R} le système suivant :
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$$
2. En déduire la résolution des deux systèmes suivants

$$\text{a. } \begin{cases} 2 \ln x - \ln y = 7 \\ 3 \ln x + 4 \ln y = 5 \end{cases} \quad \left| \quad \text{b. } \begin{cases} 2e^x - e^y = 7 \\ 3e^x + 4e^y = 5 \end{cases}$$

Exercice 2

le bénéfice annuel d'une entreprise est de 400000F en 1996. Cette entreprise prévoit une augmentation régulière chaque année de 5% du bénéfice de l'année précédente.

1. Calculer les bénéfices prévisibles pour 1997 et 1998.
2. On suppose que $u_0 \dots u_n$ sont les bénéfices des années 1996 ... 1996 + n où n est un entier naturel
 - a. Déterminer l'année où le bénéfice est le terme u_8
 - b. Montrer que $u_0, u_1 \dots u_n$ forment une progression géométrique dont on déterminera la raison
3. Exprimer le bénéfice u_n de la $n^{\text{ième}}$ année après 1996 en fonction de u_0 et de u_8
4. Calculer le bénéfice total prévisible sur les 8 années successives de 1996 à 2003

Problème

On considère la fonction numérique f d'une variable réelle définie par $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$; on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1cm sur les axes

1.
 - a. Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b = \frac{c}{x - 2}$
 - b. En déduire les équations des asymptotes à la courbe (C)
2. Etudier les variations de f (domaine de définition, limites aux bornes, tableau de variation)
3. Déterminer les coordonnées de A et B, points de rencontre de (C) avec l'axe des abscisses, avec $x_A < x_B$
4. Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) au point d'ordonnée $-\frac{7}{2}$ et d'abscisse positive
5. Tracer soigneusement (T) et (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})
6. Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -2$ et $x = 1$. On donnera un arrondi d'ordre 2 du résultat obtenu

Exercice 1

1. Déterminer le couple (x,y) de réels vérifiant le système :
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - y = 4 \end{cases}$$
2. En déduire le couple (x,y) de réels, vérifiant le système : Déterminer le couple (x,y) de réels vérifiant le système :
$$\begin{cases} \ln(xy)^2 = 1 \\ \ln\left(\frac{x}{y}\right) = 4 \end{cases}$$

Exercice 2

Monsieur Mando place dans une banque un capital de 40000F, à intérêts composés, au taux annuel de 8%. On suppose que M Mando ne fait aucune opération (de versement ou de retrait) sur son compte.

1. Déterminer son capital
 - a. C_1 au bout d'un an
 - b. C_2 au bout de deux ans
2. On désigne par C_0 le dépôt initial de M Mando et C_n la valeur acquise par le capital au bout de n années de placement.
 - a. Montrer que C_0, C_1, \dots, C_n sont des termes d'une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison
 - b. Exprimer C_n en fonction de n .
 - c. Au bout de combien d'années le capital de monsieur Mando va-t-il atteindre la somme de 100000F
3. A l'occasion d'une fête, monsieur Mando veut offrir un pagne à son épouse. Celle-ci doit choisir parmi cinq, dont deux de couleur verte, deux de couleur jaune et un de couleur blanche.
 - a. De combien de façons peut-elle effectuer ce choix ?
 - b. Quelle est la probabilité pour que M. Mando choisisse un pagne de couleur verte ?

Problème

Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ où \ln désigne la fonction logarithme népérien et (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) ; unité sur les axes : 2cm sur l'axe des abscisses et 10cm sur l'axe des ordonnées.

1. Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$
2.
 - a. Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $g'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$
 - b. En déduire le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de g
 - c. Dresser le tableau de variation de g
3.
 - a. Préciser les asymptotes de (C) en justifiant leur existence
 - b. déterminer le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
4. Tracer (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})
5.
 - a. Montrer que la fonction $G : x \mapsto -\frac{1 + \ln x}{x}$ est une primitive de g sur $]0, +\infty[$

- b. Calculer l'aire $S(a)$ du domaine du plan limité par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = a$ avec $a > 1$
- c. Calculer la limite de $S(a)$ quand a tend vers $+\infty$

BACCALAUREAT CG , ACC 2013/CAMEROUN**Exercice 1** 6 points

1. M Nana a placé à intérêts simples un capital C_0 dans une banque de la place en fin décembre 2010 au taux annuel de 4%
 - a. Exprimer en fonction de C_0 la somme qu'il obtiendra en fin décembre 2012 1pt
 - b. En déduire la valeur de C_0 s'il obtient 108000F en fin décembre 2012 1pt
2. M Dongmo place à intérêts composés un capital C'_0 dans une banque de la place en fin décembre 2010 au taux annuel de 4%
 - a. Exprimer en fonction de C'_0 la somme qu'il obtiendra en fin décembre 2012 1pt
 - b. En déduire la valeur de C'_0 s'il obtient 108160F en fin décembre 2012 1pt
3. Soit n un entier naturel, montrer que les sommes obtenues respectivement par M Nana et M Dongmo en fin décembre 2010+n sont $C_n = C_0 + 0,04nC_0$ et $C'_n = (1,04)^n C'_0$ 1pt
4. L'intention pour les deux hommes est d'acheter un meuble qui coûte 121500F. Sachant que les deux hommes disposent de la même somme qui est de 100000F qu'ils placent dans les mêmes conditions décrites ci-dessus, en quelle année chacun d'eux pourra-t-il s'acheter ce meuble ?
(On suppose que le prix du meuble ne subit aucune modification) 1pt

Exercice 2 7 points

On dispose d'une urne contenant à la fois des boules rouges, bleues et jaunes. On sait que 40% des boules sont rouges, 25% des boules de l'urne sont bleues et les boules restantes sont jaunes.

Boules	Boules rouges	Boules bleues	Boules jaunes	Total
Nombre				

1. On suppose qu'il y a 28 boules jaunes. Montrer que cette urne contient exactement 32 boules rouges et 20 boules bleues. 1pt
2. Compléter le tableau ci-dessus et représenter par un diagramme circulaire la série statistique obtenue 2pts
3. Calculer la fréquence des boules de chaque espèce (On exprimera les fréquences sous forme de fraction irréductible) 1,5pts
4. On prend au hasard et successivement avec remise 3 boules de l'urne ; soit X le nombre de boules bleues obtenues
 - a. Déterminer la loi de probabilité de X 1,5pts
 - b. Calculer l'espérance mathématique de X 1pt

Exercice 3 **7 points**

On considère la fonction numérique f d'une variable réelle définie par $f(x) = -x + 2 + \ln x$.

On désigne par (C) la représentation graphique de f dans le plan munit d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1. Déterminer l'ensemble de définition de f . 0,5pt
2. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$ 1pt
3. Montrer que $f'(x) = \frac{1-x}{x}$, où f' est la fonction dérivée de f . 1pt
4. Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f . 1pt
5. Tracer (C) 1,5pts
6. On considère la fonction g définie par $g(x) = -\frac{x^2}{2} + x + \ln x$
Montrer que g est une primitive de f sur $]0, +\infty[$ et en déduire le calcul de l'aire A du domaine limité par la courbe (C) , l'axe (Ox) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$. On donnera la valeur approchée de A à 10^{-2} près. On prendra $\ln 3 = 1,1$ 2pts

Exercice N°1 :

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(E) : 2x^2 - 7x + 3 = 0$.
2. En déduire dans \mathbb{R} les solutions des équations suivantes :
 - a) $2e^x + 3e^{-x} - 7 = 0$
 - b) $(\ln x^2)^2 - 14 \ln x + 6 = 0$

Exercice N°2

Une société veut former une nouvelle équipe dirigeante de 5 personnes, sans possibilité de cumul de poste. On doit choisir parmi 15 personnes dont 5 femmes.

1. Quel est nombre d'équipes que l'on peut former ?
2. Calculer la probabilité d'avoir au moins 2 femmes dans l'équipe.
3. La production de cette société pendant les 10 dernières années est consignée dans le tableau ci-dessous. les années sont notées x_i et la production en tonnes notée y_i

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	3	4	5,1	6	7,5	8	9,4	10,5	11,5	13

- a) Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.
- b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement de Mayer de cette série.
- c) En déduire une estimation de la production de la société à la 13^e année.

Exercice N°3

Un ouvrier touche 1000 francs à la fin de la première heure de travail et 500 francs supplémentaire après chaque heure. On suppose qu'il commence à 7 heures.

1. Combien aura-t-il à 9 heures ? 10 heures ?
2. On note U_n son salaire en (francs) à la fin de la $n^{\text{ième}}$ heure de travail.
 - a) Quelle est la nature de la suite (U_n) ?
 - b) Montrer que $U_n = 1000 + 500(n - 1)$.
 - c) Quelle sera son salaire journalier s'il termine à 15 heures ?

Exercice N°4

Le tableau de variation ci-dessous est celui d'une fonction f de courbe (C) :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	0

On suppose que $f(x) = (ax + b)e^{-x}$.

- Utiliser ce tableau de variation pour :
 - Donner l'ensemble de définition D_f de f
 - Donner les limites aux bornes de D_f
 - Déterminer les réels $f(0)$ et $f'(0)$
- Montrer que la dérivée de f est définie par :
$$f'(x) = -(ax + b - a)e^{-x}$$
 - Exprimer que $f(0)$ et $f'(0)$ en fonction des réels a et b en déduire que $a = b = 1$.
- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 .
- Trouver les coordonnées des points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées.
- Tracer (C) dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

L'épreuve est constituée de trois exercices obligatoires sur deux pages.

Exercice N°1

Une dame s'est intéressée sur six mois, au montant consacré au petit déjeuner de ses trois enfants. Les résultats de cette observation sont consignés dans le tableau ci-après :

Rang du mois (x)	1	2	3	4	5	6
Montant du petit déjeuner en FCFA (y)	24 100	25 900	27 400	29 400	29 600	31 000

1. Représenter le nuage de points de la série statistique (x, y) dans un repère orthogonal. On prendra : 1 cm pour 1 an en abscisse et 1 cm pour 1000 FCFA en ordonnées ; de plus, on prendra comme origine du repère, le point de coordonnées $(0 ; 24\ 000)$.
2. Justifier que le point $G(3,5 ; 27\ 900)$ est le point moyen de ce nuage.
3. On désigne par A le point du nuage de coordonnées $(2 ; 25\ 900)$.
 - a) Déterminer une équation de la droite (AG) .
 - b) En utilisant cette équation, justifier que le montant à prévoir par cette dame pour le petit déjeuner de ses enfants au 8^{ème} mois est de 33 900 FCFA.

Exercice 2 :

Une entreprise produit de 50 à 150 articles informatiques identiques par mois. n étant un entier compris entre 49 et 151, on admet qu'en dizaine de milliers de FCFA, le coût de production et le prix de vente de n articles sont respectivement donnés par les suites C et V telles que

$C(n) = 0,02n^2 - 2n + 98$ et $V(n) = 1,5n$; le bénéfice qui en résulte est donné par la suite B telle que $B(n) = V(n) - C(n)$. On admet n distinct de 49 et 151.

1. Vérifier que $B(87) = B(88)$.
2. Donner la nature de la suite V .
3. Exprimer $C(n+1) - C(n)$ en fonction de n et montrer que la suite C est croissante.
4. Quels sont les nombres d'articles pour lesquels cette entreprise ne réalise aucun bénéfice sur sa production mensuelle ?

-
5. Soit P le polynôme définie par $p(x) = -0,02x^2 + 3,5x - 153,12$
- Etudier le signe de P dans \mathbb{R}
 - Montrer que cette entreprise réalise son plus grand bénéfice lorsque $n = 87$ ou lorsque $n = 88$.

Exercice N°3

On considère la fonction f telle que $f(x) = -x + e^{-x}$ où x est une variable réelle.
On désigne par (C) , la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Justifier que pour tout réel x , $f'(x) < 0$.
 - Dresser le tableau de variation de f
- montrer que la droite (d) d'équation $y = -x$ est asymptote oblique à (C) en $+\infty$.
 - Déterminer la position de (C) par rapport à (d) .
 - Tracer (C) et (d) . Unité sur les axes : 2 cm.
- Justifier que la fonction F définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $F(x) = \frac{-x^2}{2} - e^{-x} - 3$ est une primitive de f .
 - En déduire la primitive de f qui prend la valeur 3 en 0

Exercice 1

On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x + 6$

1. Calculer $P(1)$
2. Déterminer deux réels a et b tels que $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + 6)$
3. Résoudre alors dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$
4. En déduire alors dans \mathbb{R} l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :

a. $\ln^3 x - 6 \ln^2 x + 11 \ln x - 6 = 0$

b. $e^{3x} - 6e^{2x} + 11e^x - 6 = 0$

Exercice 2

Un sac contient 3 jetons rouges, 4 jetons noirs et 5 jetons blancs, tous indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac

1. Montrer que le nombre de tirages est 220
2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de jetons rouges obtenus.
 - a. Quel est l'ensemble des valeurs prises par X
 - b. Déterminer la probabilité P_0 d'obtenir zéro jeton rouge.
 - c. Déterminer la probabilité P_1 d'obtenir un jeton rouge.
 - d. Déterminer la probabilité P_2 d'obtenir deux jetons rouges.
 - e. Déterminer la probabilité P_3 d'obtenir trois jetons rouges.
 - f. vérifier que $P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1$
 - g. Calculer le nombre $A = 1 \times P_1 + 2 \times P_2 + 3 \times P_3$, puis le comparer à l'espérance mathématique de X

Problème

Partie 1 : f est une fonction définie et dérivable sur $]2, +\infty[$ dont le tableau de variation est donné ci - contre.

$f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + \frac{b}{x-c}$ où a, b et c sont trois nombres réels non nuls.

1. Recopier et compléter le tableau de variation
2. Justifier l'existence d'une asymptote verticale dont on déterminera l'équation.
3. Quelle est la valeur de c ?

4. Déterminer a et b .

Partie 2 :

On donne la fonction g définie sur $]2, +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{x-2}$; (C) est la courbe représentative de g dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , d'unité 1cm sur les axes.

1. Calculer les limites de f aux bornes de $]2, +\infty[$

2. Montrer que g admet une asymptote oblique dont on déterminera une équation

3. a. Calculer $g'(x)$

b. Dresser le tableau de variation de g .

4. Tracer la courbe de g ainsi que ses asymptotes

5. a. Montrer que la fonction G définie pour tout $x > 2$ par $G(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2\ln(x-2)$ est une primitive de g

b. Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C) , les droites d'équations $x = 4$, $x = 6$ et $y = \frac{1}{2}x$. Donner la valeur de cette aire à 10^{-2} près par excès

Exercice 1 :

On considère l'équation différentielle (E) suivante : $y'' + 4y = -x$, dans laquelle y est une fonction inconnue de la variable réelle x , y' et y'' désignant respectivement la dérivée première et la dérivée seconde de y .

- 1- On donne $y_1 = -\frac{1}{4}x$, montrer que y_1 est solution de l'équation (E).
- 2- On pose $y = z - \frac{1}{4}x$, où z est une nouvelle fonction de x , z' et z'' désignent respectivement la dérivée première et la dérivée seconde de z .
 - a) Ecrire l'équation différentielle (E') à laquelle doit satisfaire z quand y est solution de (E).
 - b) Résoudre (E') sachant que $z(0) = 3$ et $z\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -3$
 - c) En déduire les solutions correspondantes de (E).

Exercice 2 :

Dans l'ensemble C des nombres complexes, un élément z de C est définie par $z = x + iy$.

On considère l'application de C dans lui-même définie par $h(z) = z^2 - 6z + 2z\bar{z} + 2$.

- 1- Calculer $h(i)$, $h(1-i)$, et $h(1+i)$
- 2- On pose $h(z) = Z$, $\text{Re}(Z)$ et $\text{Im}(Z)$ désignant respectivement la partie réelle et imaginaire de Z ; écrire z sous la forme $x + iy$.
- 3- Dans le plan euclidien rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, M désigne le point d'affixe z .
 - a) Montrer que l'ensemble E des points M tels que Z soit imaginaire pur est la courbe d'équation cartésienne $3x^2 + y^2 - 6x + 2 = 0$
 - b) Donner une équation réduite et la nature de cette courbe.
 - c) En déduire ses éléments caractéristiques (sommets, foyers, excentricité, directrices).

Problème

Partie 1 : on considère la fonction numérique f et la variable réelle x définie par

$$f(x) = x - e^x.$$

- 1- Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 2- Calculer $f'(x)$
- 3- Dresser le tableau de variation de f .
- 4- Tracer la courbe (Γ) représentative de f et en déduire que $f(x)$ garde le signe constant que l'on précisera.

Partie 2 : On considère la fonction g d'une variable réelle x définie par

$$g(x) = -\frac{(1+x)}{e^x} - x$$

- 1- calculer les limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) + x)$
- 2- montrer que $g'(x) = \frac{f(x)}{e^x}$, en déduire que g est strictement décroissant.
- 3- Dresser le tableau de variation de g .
- 4- Calculer $g''(x)$, en déduire que le point $I(1, -2e^{-1} - 1)$ est un point d'inflexion de la courbe (Γ') représentative de g .
- 5- Tracer (Γ') .

Baccalauréat F1,2,3,4,5 et CI 2008 : Cameroun

Exercice 1 : C est l'ensemble des nombres complexes et P le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- Résoudre dans C l'équation (E) : $z^2 - 2i\bar{z} = 0$ où \bar{z} est le conjugué du nombre complexe z.
- Ecrire les solutions non nulles sous la forme trigonométrique.
- Soit A,B ;C les images dans le P de solutions non nulles de (E) telles que $z_B - z_C$ est un réel positif.
 - Placer ces points dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 - Quelle est la nature du triangle ABC ?
 - Calculer l'aire de ce triangle.

Exercice 2 : On considère l'équation différentielle (E) suivante : $y'' + y' - 2y = -4$,

- Montrer qu'il existe une fonction constante k solution de (E).
- Montrer que toute solution f de (E) vérifie : $(f - k)'' + (f - k)' - 2(f - k) = 0$
 - Résoudre l'équation différentielle : $y'' + y' - 2y = 0$
 - Déduire des questions 1) et 2) la forme générale des solutions de (E).
 - Déterminer la solution de (E) vérifiant les conditions initiales $y(0)=4$ et $y'(0)=-1$

Problème

Spot P un plan affine muni d'un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$

A- On considère la fonction la fonction U définie sur $]0, +\infty[$ par $U(x) = -\frac{1}{x} + \ln x$

(ln fonction logarithme népérien)

- Calculer les limites de U en 0 et en $+\infty$.
- Calculer $U'(x)$ où U' est la fonction dérivée de U et dresser le tableau de variation de U.
- Montrer qu'il existe un réel $x_0 \in]1.76; 1.77[$ tel que $U(x_0) = 0$ et que ce réel x_0 est unique dans $]0, +\infty[$
- En déduire le signe de U suivant les valeurs de x.

B- On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x - (x-1)\ln x$

- Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$
- Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f . en utilisant la partie A, donner le sens de variation de f et en déduire que $f(x_0) > f(1.77)$

-
- 3) a) Montrer que $\ln x_0 = \frac{1}{x_0}$ et en déduire que $f(x_0) = -\frac{x_0 - 1}{x_0} + x_0$
- b) Montrer que la fonction V définie par $V(x) = -\frac{x-1}{x} + x$ est strictement croissante sur $]1, +\infty[$ et en déduire que $f(x_0) < V(1.77)$
- 4) a) En déduire un encadrement à 10^{-3} près de $f(x_0)$ et dresser le tableau de variation de f .
- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu
- c) Tracer dans un repère R , la courbe C_f de f (unité 2cm)
- Puis en déduire dans le même repère R , la courbe de la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$

Exercice 1 :

On considère la fonction P définie dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes par :

$$P(z) = z^3 + z^2 - 2$$

1. Montrer que 1 est solution de l'équation $P(z) = 0$
2. En déduire que, $P(z) = (z - 1)(az^2 + bz + c)$ où a , b et c sont des nombres complexes que l'on déterminera.
3. Résoudre alors l'équation $P(z) = 0$ et mettre les solutions sous forme exponentielle.
4. Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points, d'affixes respectives $-1 - i$; $1 - 1 + i$:
Déterminer l'affixe du point tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 2 :

Le plan affine est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

On considère $M(x, y)$; $F(4, 1)$ et la droite d'équation (D) d'équation cartésienne $x = 2$.

H est la projection orthogonale de M sur (D) (faire le schéma)

1. Déterminer les coordonnées de H et calculer en fonction de x et y les distances MF et MH
2. Ecrire l'équation cartésienne de l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $MF = MH$
3. Soit K la projection orthogonale de F sur D et O' le milieu de $[KF]$.
 X et Y désignent les coordonnées de M dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})
4. En déduire une équation cartésienne de Γ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
5. Donner la nature de Γ et préciser ses éléments caractéristiques.
6. Tracer Γ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

PROBLEME :

Le problème comporte deux parties A et B obligatoires.

Partie A :

On considère la fonction g de la variable réelle x définie pour tout x par $g(x) = e^{-\frac{x}{2}} + x - 4$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unités sur les axes 1,5cm

1. (a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$
(b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$ et interpréter ce résultat.
2. Montrer que la droite d'équation $y = x - 4$ est asymptote oblique à la courbe représentative de g quand x tend vers $+\infty$
3. Étudier les variations de g et tracer la courbe C .
4. Déterminer l'aire de la portion plane constituée des points $M(x, y)$ tels que : $\begin{cases} 0 \leq x \leq 6 \\ 0 \leq y \leq g(x) \end{cases}$
5. Montrer que la restriction de g à l'intervalle $I =]-\infty, -\ln 2]$ réalise une bijection de I vers un intervalle J que l'on déterminera.
6. En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet dans I une solution α comprise -5 et -4 .

Partie B :

1. Soit f la fonction numérique définie dans $] -\infty, 4]$, par $f(x) = -2\ln(4 - x)$;
verifier que $f(\alpha) = \alpha$
2. Calculer $f'(x)$ et montrer que $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$
3. En déduire que pour tout $x \in [-5; -4]$, $|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{4}|x - \alpha|$

PROBLEME :**Partie A :**

On Dans un pays africain, l'indice de production industrielle est calculée à la fin de chaque année, a évolué comme suit au cours de cinq années consécutives.

Année x_i	1	2	3	4	5
Indice y_i	248	228	201	208	147

1. Représenter le nuage de points associé à cette série double.
2. Calculer l'indice moyen \bar{y} obtenu en cinq ans.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire et dire si un ajustement linéaire se trouve justifié.
4. Ecrire une équation de la droite (D) de régression de y en x .

Partie B :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , unité graphique 2cm

On considère les fonctions f et g définies de \mathbb{R} vers \mathbb{R}

définies respectivement par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} g(x) = \frac{-1}{1 + \ln x} & \text{si } x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

On appelle (C_f) la courbe représentative de f et (C_g) celle de g .

1. Déterminer les ensembles de définition de f et g
2. Étudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.
3. Étudier les variations de f et les résumer dans un tableau.
4. (a) Déterminer le point d'intersection A de (C_f) avec l'axe des abscisses, puis écrire une équation de la tangente à (C_f) en A .
(b) Construire (C_f) avec soin dans l'intervalle $]e^{-1}, +\infty[$
5. Montrer que pour tout réel x positif ou nul différent de e^{-1} , $f(x) - g(x)$ est une constante que l'on calculera.
6. Construire (C_g) sur $]e^{-1}, +\infty[$.
7. Déterminer en cm^2 l'aire de la portion de plan limitée par les courbes (C_f) et (C_g) et les droites d'équation $x = 1$, $x = e$

L'épreuve comporte deux exercices et un problème tous obligatoires, sur deux pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 4,5 points

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$.

1. Calculer $P(2)$. 0,5pt
2. Résoudre dans \mathbb{R} :
 - (a) L'équation $P(x) = 0$. 1pt
 - (b) L'inéquation $P(x) > 0$. 1pt
3. En déduire dans \mathbb{R} , l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes :
 - (a) $2\ln^3 x - 3\ln^2 x - 3\ln x + 2 > 0$. 1pt
 - (b) $2e^{3x} - 3e^{2x} - 3e^x + 2 > 0$. 1pt

EXERCICE 2 : 5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. A tout nombre complexe z distinct de $-1+i$, on associe le nombre complexe $Z = \frac{z+2-i}{z+1+i}$ où \bar{z} est le conjugué de z .

1. Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $\frac{z+2-i}{z+1+i} = 2$. 0,5pt
2. Soit M un point d'affixe z , A et B les points d'affixes respectives $-1+i$ et $-2+i$.
 - (a) Montrer que $MA = |\bar{z} + 1 + i|$. 0,75pt
 - (b) En déduire l'ensemble (\mathcal{D}) des points M d'affixes z tels que $|z| = 1$. 0,75pt
3. On pose $z = x + iy$.
Déterminer en fonction de x et y , la partie réelle et la partie imaginaire de Z . 1pt
4. (a) En déduire que l'ensemble (Γ) des points M d'affixe $z \neq -1+i$ tels que Z soit imaginaire pur a pour équation cartésienne : $x^2 - y^2 + 3x + 2y + 1 = 0$. 0,5pt
 - (b) Justifier que (Γ) est contenu dans une conique dont on déterminera la nature et l'excentricité. 0,5pt

PROBLEME : 10,5 points

Le problème comporte deux parties A et B.

Soient f et g deux fonctions définies dans $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{2} \ln^2 x + \ln x + x$ et $g(x) = -x - 1 - \ln x$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

PARTIE A : 4,25 points

1. Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. **0,5pt**
2. Calculer $g'(x)$ et vérifier que pour tout réel $x > 0$, $g'(x) < 0$. **1pt**
3. Dresser le tableau de variation de g . **1pt**
4. (a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une unique solution α . **0,5pt**
(b) Justifier que $\alpha \in]0, 2; 0, 3[$. **0,5pt**
5. Montrer que $g(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in]0; \alpha]$. **0,75pt**

PARTIE B : 6,25 points

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **0,5pt**
2. (a) Soit $x \in]0; +\infty[$; calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$. **0,75pt**
(b) En déduire que $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in]0; \alpha]$. **0,5pt**
(c) Dresser le tableau de variation de f . **0,75pt**
3. Montrer que $f(x) > x \Leftrightarrow x \in]0; e^{-2}[\cup]1; +\infty[$. **0,75pt**
4. Tracer (C_f) en prenant $\alpha = 0, 2$ et en considérant la droite d'équation $y = x$ comme direction asymptotique en $+\infty$. (unité de longueur sur les axes : $2cm$) **1,25pt**
5. Soit h la fonction définie dans $]0; +\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{2} x \ln^2 x + \frac{1}{2} x^2$.
(a) Montrer que h est une primitive de f . **0,5pt**
(b) Déterminer la primitive F de f qui prend la valeur 2 en 1. **0,5pt**
(c) Calculer l'aire de la portion du plan délimitée par les droites d'équations cartésiennes : $x = 1; x = 2; y = x$ et la courbe (C_f) . **0,75pt**

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages.

EXERCICE 1 : 4 points

On considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = \frac{U_n + 2}{U_n}$. 1pt

1. Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4 .

2. On pose $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$.

(a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. 1pt

(b) Exprimer V_n , puis U_n , en fonction de n . 1pt

(c) Déterminer la limite de la suite (U_n) . 1pt

EXERCICE 2 : 5 points

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

A/ L'espace est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 1 = 0$.

1. Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le centre Ω et le rayon r . 0,5pt

2. (a) Vérifier que le point $A(-1, 0, 2)$ appartient à (S) . 0,25pt

(b) Donner une équation du plan tangent à (S) en A . 0,5pt

3. Soit (P) le plan d'équation $z = 2$.

(a) Calculer la distance du point Ω au plan (P) . 0,5pt

(b) Montrer que l'intersection de (S) et (P) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon. 0,75pt

B/ Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère le point

$K(2, 0)$. A tout point $M(x, y)$ différent de K et d'affixe z , on associe le point $M'(x', y')$ d'affixe $z' = \frac{z+2}{z-2}$, où $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$.

1. Écrire z' sous forme algébrique. 0,75pt

2. Soit (H) l'ensemble des points M tels que z' soit imaginaire pur.

(a) Montrer que (H) est une partie d'une hyperbole dont on précisera les sommets et les asymptotes. 1pt

(b) Tracer (H) . 0,75pt

PROBLEME : 11 points

Les parties A et B du problème sont indépendantes.

PARTIE A : 8,5 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - \frac{e^x - 3}{e^x + 1}$ et on note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité sur les axes : $2cm$)

1. (a) Calculer les limites de f à $-\infty$ et à $+\infty$. 0,5pt
 (b) Montrer que la droite (D_1) d'équation $y = x + 3$ est asymptote à (C_f) à $-\infty$. 0,5pt
 On admet que la droite (D_2) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C_f) à $+\infty$.
2. (a) Vérifier que pour tout réel x , on a : $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$. 0,5pt
 (b) Dresser le tableau de variations de f . 0,75pt
3. (a) Montrer que le point $I(0, 1)$ est le centre de symétrie de la courbe (C_f) . 0,5pt
 (b) Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point I . 0,25pt
4. Étudier la position de la courbe (C_f) par rapport à la droite d'équation $y = 1$. 0,5pt
5. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $-2,8 < \alpha < -2,7$. 0,5pt
6. Tracer (C_f) , ses asymptotes et la tangente (T) . 2pts
7. (a) Vérifier que pour tout réel x , $f(x) = x + 3 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$. 0,5pt
 (b) En déduire les primitives de f sur \mathbb{R} . 0,5pt
8. Soit λ un réel strictement positif. On note (E_λ) le domaine du plan limité par la courbe (C_f) , la droite (D_2) et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \lambda$.
 (a) Hachurer (E_2) sur le graphique de la question 4. 0,5pt
 (b) Calculer en cm^2 et en fonction de λ , l'aire \mathcal{A}_λ de (E_λ) . 0,5pt
 (c) Calculer la limite quand λ tend vers $+\infty$ de \mathcal{A}_λ . 0,5pt

PARTIE B : 2,5 points

On considère les équations différentielles : $(E_1) : 2y'' - y' - y = 2$; $(E_2) : 2y'' - y' - y = 0$.

1. Montrer qu'il existe une fonction constante f_0 solution de (E_1) . 0,5pt
2. Montrer qu'une fonction f est solution de (E_1) si, et seulement si, $f - f_0$ est solution de (E_2) . 0,5pt
3. Résoudre (E_2) . 1pt
4. En déduire les solutions de (E_1) . 0,5pt

EXERCICE 1 : 4,5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On désigne par (H) l'ensemble des points $M(x, y)$ qui vérifient l'équation $(E) : 4x|x| + y^2 - 16x - 20 = 0$.

1. (a) Exprimer (E) sans le symbole de la valeur absolue. 0,5pt
- (b) En déduire que (H) est la réunion d'une partie d'une conique (C_1) et d'une partie d'une conique (C_2) . 0,5pt
- (c) Préciser pour chaque conique (C_1) et (C_2) la nature, le centre et les sommets. 2pts
2. (a) Vérifier que le point $A(0, 2\sqrt{5})$ appartient à (C_1) et (C_2) . 0,25pt
- (b) Donner une équation de la tangente à (C_1) en A . 0,25pt
- (c) Donner une équation de la tangente à (C_2) en A . 0,25pt
3. Tracer (E) en prenant pour unité un centimètre. 0,75pt

EXERCICE 2 : 4,5 points

Une enquête est menée pour établir le nombre d'acheteurs (en milliers) d'un produit en fonction de son de vente (en milliers de frs).

Prix de vente x_i	1	1,5	2	3	3,5
Nombre d'acheteurs y_i	3	2,5	2	1	0,75

1. Représenter le nuage de points associé à la série (x_i, y_i) dans un repère orthonormé ainsi que le point moyen \overline{M} . 1,5pt
2. (a) Montrer qu'une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est : $y = -0,92x + 3,87$. 2pts
- (b) Tracer cette droite dans le repère précédent.
- (c) Utiliser cet ajustement pour estimer le nombre d'acheteurs potentiels si le produit est vendu à 2500 frs; à 4500 frs. 0,5pt

PROBLEME : 11 points

A/ Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x}$.

1. Calculer $g'(x)$. 0,75pt
2. Dresser le tableau de variation de g . 0,75pt

3. Montrer que pour tout réel x , $g(x) \geq 1 - e^{-2}$. **0,5pt**

4. En déduire le signe de g sur \mathbb{R} . **0,25pt**

B / On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - 1 + xe^{-x}$ et on note (C_f) sa courbe dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**

2. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe (C_f) à $+\infty$, puis étudier la position de (C_f) par rapport à cette droite. **1pt**

3. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Que peut-on en déduire ? **1pt**

4. (a) Calculer $f'(x)$. **0,75pt**

(b) Dresser le tableau de variation de f . **0,75pt**

5. (a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique β . **0,75pt**

(b) Vérifier que $0,6 < \beta < 0,7$. **0,5pt**

6. Tracer la courbe (C_f) . **1pt**

C / 1. Déterminer, à l'aide d'une intégration par parties, les primitives sur \mathbb{R} de la fonction h définie par $h(x) = xe^{-x}$. **1pt**

2. Soit t un réel strictement positif. On note $\mathcal{A}(t)$ l'aire de la portion du plan limitée par la courbe (C_f) , la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.

(a) Calculer $\mathcal{A}(t)$. **1pt**

(b) Déterminer la limite en $+\infty$ de $\mathcal{A}(t)$. **0,5pt**

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

Exercice 1 : 5 points

ABC est un triangle rectangle et isocèle en A tel que $BC^2=36$. I et G sont deux points du plan tels que I est milieu du segment $[BC]$ et $\vec{GA} - \vec{GB} - \vec{GC} = \vec{0}$.

- 1- Déterminer la distance AB. 0,5 pt
- 2- Montrer que le point G est barycentre des points pondérés (A ; 1) et (I ; -2). 0,75 pt
- 3- En déduire que le quadrilatère ABGC est un carré. 0,75 pt
- 4- On considère l'ensemble (E) des points M du plan tels que $AM^2 - 2IM^2 = -18$.
 - i) Montrer que pour tout point M du plan : $AM^2 - 2IM^2 = -GM^2 + 18$. 1,5 pt
 - ii) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (E). 1 pt
 - iii) Construire l'ensemble (E). 0,5 pt

Exercice 2 : 4 points

- 1- On considère le système (S) suivant :
- $$\begin{cases} 20x + 15y + 5z = 134500 \\ 10x + 20y + 5z = 143500 \\ 10x + 25y + 5z = 170500 \end{cases}$$

Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S). 2 pts

- 2- Les chrétiens d'une localité voudraient terminer la charpente de leur chapelle. Ils constatent qu'il leur manque des lattes, des tôles et des chevrons. Trois personnes du groupe ont chacune un magasin contenant tous ces matériels. Tous les trois magasins ont la même grille des prix.

Ils achètent dans: - le premier magasin ; 20 lattes, 15 tôles ondulées et 5 chevrons pour un montant total de 134500F ;

- le deuxième magasin ; 10 lattes, 20 tôles ondulées et 5 chevrons pour un montant total de 143 500F ;

- le troisième magasin ; 10 lattes, 25 tôles ondulées et 5 chevrons pour un montant total de 170 500F.

Déterminer le prix d'une latte, d'une tôle ondulée et celui d'un chevron. 2 pts

Problème : 11 points

g est la fonction définie pour tout réel x distinct de -1 par $g(x) = \frac{8x-6}{x+1}$, (C) est la courbe représentative de la fonction g dans le plan muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , unités sur les axes : 0,5 cm.

1. a) Déterminer les limites de g en $-\infty$, $+\infty$, -1^- et -1^+ . 1 pt
b) Montrer que la fonction g est strictement croissante sur chacun des intervalles $]-\infty; -1[$ et $]-1; +\infty[$. 1 pt
c) Dresser le tableau de variations de g . 1 pt
d) Construire la courbe (C) . 1 pt
e) Déterminer les coordonnées des points de rencontre de la courbe (C) avec la droite (D) d'équation $y = x$. 1 pt
2. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 9$ et pour tout entier naturel n ,
$$u_{n+1} = \frac{8u_n - 6}{u_n + 1}.$$
 - a) Sans les calculer, placer sur l'axe des abscisses les quatre premiers termes de la suite u . 1 pt
 - b) Conjecturer sur le sens de variations et la convergence de u . 1 pt
 - c) Donner graphiquement un minorant de la suite u . 0,5 pt
3. Soit (v_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = \frac{u_n - 6}{u_n - 1}$.
 - a) Montrer que v est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme. 1,25 pt
 - b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . 1,25 pt
 - c) Exprimer en fonction de n la somme $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$. 1 pt

Exercice 1 : (4,5 points)

Une entreprise de production de composants électroniques a reparti ses différents types de productions mensuelles suivant le bénéfice (en million de francs) dans le tableau suivant :

Bénéfices	[1, 2[[2, 3[[3, 5[[5, 8[
Effectifs	40	20	51	39

1. Déterminer le nombre de composants fabriqués. [0,5pt]
2. Quelle est la classe modale de cette série statistique? [0,5pt]
3. Calculer la moyenne de cette série. [1pt]
4. Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants et construire sa courbe. En déduire une valeur approchée de la médiane de cette série. [2,5pts]

Exercice 2 : (4,5 points)

Soit (u_n) et (v_n) les suites définies par :
$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

et $v_n = u_n - 1, \forall n \in \mathbb{N}$

1. Calculer u_1, v_0 et v_1 . [0,75pt]
2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison. [1pt]
3. Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n . [1pt]
4. On pose $t_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$, pour tout entier naturel n ; calculer t_n et S_n en fonction de n . [1,75pt]

Problème (11points)

On définit une fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$ et (C_f) sa courbe

dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. a. Déterminer l'ensemble de définition de f . [0,5pt]
b. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. [1pt]
2. a. Montrer que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme : $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x-2}$. [0,75pt]
b. En déduire que f admet une asymptote oblique dont on donnera une équation cartésienne. Etudier la position de la courbe de f par rapport à cette asymptote. [1,25pt]
c. Déterminer une équation de l'asymptote verticale à (C_f) . [0,5pt]
3. Démontrer que le point $I(2, 1)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_f) . [1pt]
4. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f et étudier son signe. [1pt]

5. Dresser le tableau de variations de f . [1pt]
6. Tracer la courbe (C_f) . [1,5pt]
7. On considère les points $A(0, -3)$ et $B(4, 5)$.
- a. Ecrire une équation cartésienne du cercle de diamètre $[AB]$. [1pt]
- b. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 60$. [1,5pt]

MATHEMATIQUES APPLIQUEES

NOTE AUX CANDIDATS

Aucun document en dehors de ceux remis aux candidats par les examinateurs n'est autorisé.
Les deux parties sont obligatoires.

Première partie : 10 points

Le gérant du Supermarché CASINO récapitule en fin de chaque journée les encaissements des différentes caisses regroupées en quatre zones. La veille de la fête de fin d'année 2011, les montants suivants en milliers de FCFA ont été comptabilisés.

ZONE A	ZONE B	ZONE C	ZONE D
20 000	37 000	36 000	62 000
25 000	56 000	35 000	45 000
118 000	22 000	52 000	12 000
60 000	85 000	29 000	140 000
13 000	110 000	43 000	95 000
----	----	----	----

Travail à faire

- 1.1- Calculer les montants collectés par zone et la moyenne arithmétique globale de toutes les caisses. **3 points**
- 1.2- Regrouper les données du tableau ci-dessus dans les classes correspondantes ci-après :
[10 000-50 000[, [50 000-90 000[, [90 000-130 000[, [130 000-170 000[. **3 points**
- 1.3- Calculer la médiane et la moyenne de la série regroupée en classe. **4 points**

Deuxième partie : 10 points

La Compagnie d'Assurance ASA veut répartir une gratification (G) entre ses trois meilleurs employés proportionnellement à leur ancienneté dans le service.
Après le partage, POLA qui totalise 8 ans reçoit 35 250 CFA de plus que TOUNA qui compte 5 ans. LOGA le plus ancien avec 11 ans de service reçoit le double de ce qui revient à TOUNA.

Travail à faire :

- 2.1- Déterminer le montant de la gratification (G). **4 points**
- 2.2- Calculer la part exacte qui revient à chaque employé de la Compagnie ASA. **3 Points**
- 2.3- Au mois de mai 2011, POLA souhaite acheter un micro-ordinateur portable dont le prix en 2008 était de 550 000 FCFA. L'indice de prix de l'année 2011 par rapport à l'année 2008 est de 85. Déterminer le prix de revient de l'appareil sachant que les frais d'installation sont de 10 000 FCFA. **3 points**

MATHEMATIQUES

INSTRUCTION :

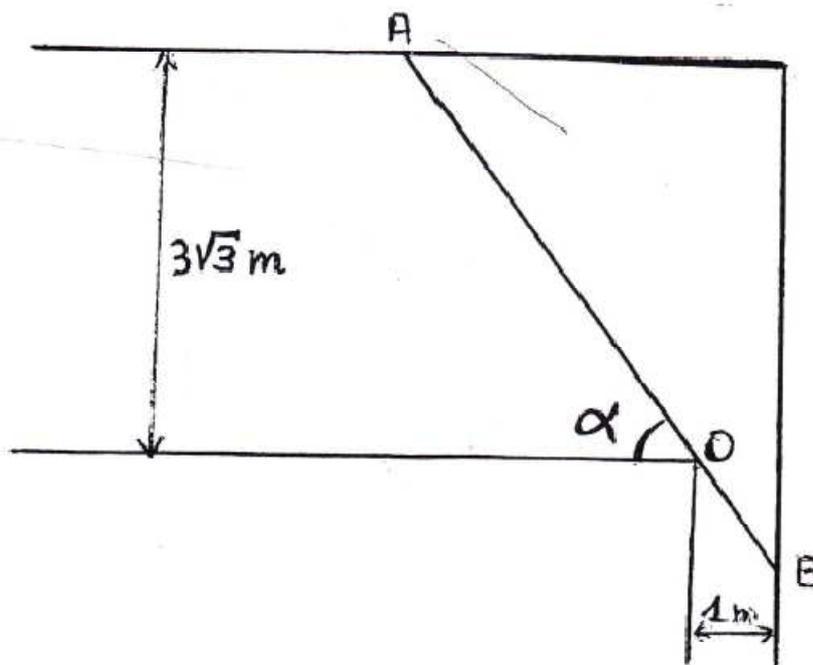
L'utilisation des calculatrices scientifiques et du matériel de géométrie courant (regle, équerre,....) est autorisée

EXERCICE 1 /4 points

1. Vérifier que $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = 8$

0,5pt

2. Un couloir de musée de largeur $3\sqrt{3}$ m tourne à angle droit et sa largeur n'est plus que de 1 m. On considère la droite variable passant par O et faisant avec le mur un angle α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) et qui coupe les deux murs en A et B (voir figure)



a - Exprimer OA , OB et AB en fonction de α .

2,5pts

b - En vous servant de la question 1, déterminer une valeur de α sachant que $AB = 8m$.

1pt

EXERCICE 2 /5points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$). On considère les points A, B et C d'affixes respectives

$$Z_1 = 3\sqrt{2}(1+i), \quad Z_2 = 3\sqrt{2}i, \quad \text{et} \quad Z_3 = 3\frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i),$$

1. Ecrire sous forme trigonométrique Z_1, Z_2 et Z_3 .
2. Placer les points A, B et C dans le plan.
3. Démontrer que le quadrilatère OABC est un trapèze rectangle.

1,5pts

1,5pts

2pts

PROBLEME /11 points

On considère la fonction numérique f définie dans l'intervalle $[-1, 3]$ par $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$ et on désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) avec $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$, $\|\vec{j}\| = 2\text{cm}$

1. Calculer $f(\frac{1}{2})$ et écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de polynômes. 1,5pt
2. Etudier les variations de f (on dressera le tableau de variation). 3pts
3. Montrer que le point $I(3/2, 1/2)$ est centre de symétrie de la courbe C_f . 1,5pt
4. Donner une équation de la tangente (D) à la courbe C_f au point d'abscisse $\frac{1}{2}$. 1pt
5. Tracer soigneusement C_f et (D) . 2pts
6. (D) coupe l'axe des abscisses en A et l'axe des ordonnées en B . Déterminer les coordonnées de A et B puis calculer l'aire du triangle OAB . 2pts

2/2

Exercice 1 : 5 points

On considère les nombres complexes $z_1 = -4\sqrt{2}(1+i)$; $z_2 = -2(\sqrt{3}+i)$;
et $z_3 = 4(\sqrt{3}+i) + (\sqrt{3}-i)i$.

- 1- Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique. 1.5pts
- 2- α désigne un argument de z_3 appartenant à $[0, \frac{\pi}{2}]$, calculez $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$. 1pt
- 3- En posant $\frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{4} - \frac{7\pi}{6}$, calculez $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. 1pt
- 4- Ecrire $Z = \frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique, puis déduire des questions 2 et 3, sa forme trigonométrique. 1.5pt

Exercice 2 : 5 points

On considère un triangle ABC tel que $AB = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$.

- 1- Construire ce triangle. 0.5pt
- 2- Déterminer et construire :
 - a) Le barycentre G des points pondérés (A, 2); (B, 3); (C, -3). 1pt
 - b) Le barycentre G' des points pondérés (A, 1); (B, -1); (C, 2). 1pt
- 3- Démontrer les égalités suivantes :

$$2\overline{MA} + 3\overline{MB} - 3\overline{MC} = 2\overline{MG}$$

$$\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC} = 2\overline{MG'}$$
1pt
- 4- En déduire l'ensemble des points M tels que

$$(2\overline{MA} + 3\overline{MB} - 3\overline{MC})^2 - (\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC})^2 = 0$$
1.5pt

Problème : 10 points

On considère la fonction f de la variable réelle x définie pour tout x par

$$f(x) = \frac{-x^2 - x + 2}{x^2 + x}$$

- 1- Donner le domaine de définition de f. 0.5pt
 - 2- Montrer que $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{2}{x+1} - 1$. 1.5pt
 - 3- Utiliser cette expression pour calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. 1.5pt
 - 4- Préciser les asymptotes à la courbe (F) représentative de f. 1pt
 - 5- Calculer $f'(x)$. 1pt
 - 6- Dresser le tableau de variations de f. 1pt
- On donne $h(x) = f(x - \frac{1}{2})$.
- 7- Montrer que la fonction h ainsi définie est une fonction paire. 1pt
 - 8- En déduire que la courbe (F) admet un axe de symétrie vertical. 0.5pt
 - 8- Tracer (F). 2pts

MATHEMATIQUES

Instructions:

L'utilisation des calculatrices scientifiques et du matériel de géométrie courant est autorisée.

Exercice 1 (3pts)

Etudier dans \mathbb{R}^2 le système suivant:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 148 \\ xy = 24 \\ x < y \end{cases}$$

Exercice 2 (6pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A,

B et C d'affixes respectives $z_A = -2$, $z_B = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$, et $z_C = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$.

1. Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. 0,5pt
2. Mettre z_A , z_B et z_C sous forme trigonométrique. 1,5pt
3. Placer les points A, B et C dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) , $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 4\text{cm}$. 0,75pt
4. Déterminer les modules de $z_B - z_A$, $z_C - z_B$ et $z_C - z_A$, et en déduire la nature du triangle ABC. 1,25pt

Exercice 3 (3pts)

On considère la suite (U_n) définie par $U_n = -3n + 5$ pour tout entier naturel n.

1. Exprimer U_{n+4} en fonction de U_n . 0,5pt
2. Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera le 1^{er} terme et la raison. 1,5pt
3. Calculer S_7 la somme des sept premiers termes de la suite. 1pt

$\sqrt{a^2 + b^2}$



1/2

Problème (10pts)

Soit la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) avec $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de f . 1pt
2. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 2pts
3. a) Déterminer les réels a , b et c tel que l'on ait $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$. 0,75pt
b) Montrer que la droite d'équation $y = x - 3$ est une asymptote à la courbe C_f . 0,75pt
4. Montrer que le point $I(-1, -4)$ est un centre de symétrie pour la courbe C_f . 1pt
5. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe C_f au point A d'abscisse $x_0 = 1$. 1pt
6. Tracer avec soin la tangente (T) et la courbe C_f . 2pts
7. Déterminer graphiquement en fonction du paramètre réel m , le nombre des solutions de l'équation $x^2 - (2 + m)x + 6 - m = 0$. 1,5pt

MATHÉMATIQUES

Instructions :

L'utilisation des calculatrices scientifiques et du matériel de géométrie courant (règle, équerre ...) est autorisée.

EXERCICE 1 : (5 pts)

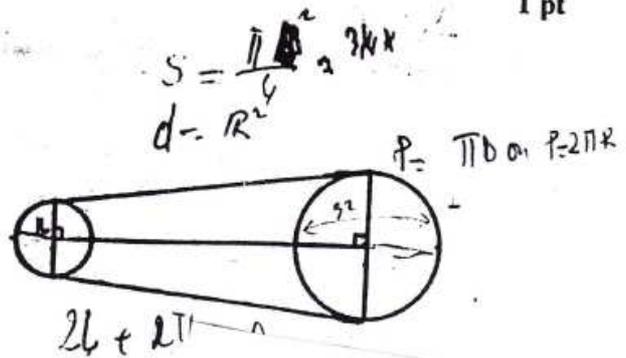
Pour tout réel x , on pose $P(x) = 6\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 3$.

- 1) Montrer que $P(x) = \sqrt{3}\sin 2x + 3\cos 2x = 0$ 1 pt
- 2) Mettre $P(x)$ sous la forme $A\cos(2x + \varphi)$ où $(A, \varphi) \in \mathbb{R}^2$. 1,5 pt
- 3) Résoudre dans $]0, 2\pi[$, l'équation $P(x) + \sqrt{3} = 0$. 1,5 pt
- 4) Représenter sur un cercle trigonométrique, l'ensemble solution de l'inéquation $P(x) + \sqrt{3} \leq 0$. 1 pt

EXERCICE 2 : (4 pts)

Une courroie est tendue sur deux poulies dont les diamètres respectifs sont 32 cm et 16 cm ; la distance des centres est 96 cm. (Voir figure ci-contre).

Calculer la longueur de la courroie.



PROBLÈME : (11 pts)

- A -

Soit g la fonction définie dans \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{\sqrt{3}}{2}$

- 1) Étudier les variations de g (limites, dérivée, sens de variation, tableau de variation). 2,5 pts
- 2) Représenter graphiquement g dans repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . 1 pt
Unités sur les axes : 1 cm.
- 3) Montrer que la droite d'équation $x = 1$ est axe de symétrie à la courbe C_g . 1 pt

- B -

Soit la fonction h définie dans \mathbb{R} par $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - |x| - \frac{3}{2}$.

f) $para < 0$

- 1/- a) Étudier la continuité de h au point d'abscisse $x_0 = 0$. 1 pt
b) Étudier la dérivabilité de h au point d'abscisse $x_0 = 0$. 1 pt
- 2/- a) Étudier la parité de h ; 1 pt
b) Montrer que dans \mathbb{R}^+ , $h(x) = g(x)$. 0,5pt
c) En déduire la représentation graphique de h dans le même repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . 1 pt

- C -

Résoudre graphiquement le système d'inéquations : $\begin{cases} x^2 - 2x - 2y - 3 < 0 \\ x + y - 2 < 0 \end{cases}$ 2 pts

MATHEMATIQUES

INSTRUCTIONS:

- L'utilisation des calculatrices scientifiques et du matériel de géométrie courant (règle, équerre, ... est autorisée.
- Le soin apporté aux tracés des figures entre dans l'évaluation de la copie.

EXERCICE 1 / 5 points

1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - 4iz - 5 = 0$. 1pt
2. Dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on définit les points F et F' de coordonnées respectives (1, 2) et (-1, 2).
 - a) Déterminer les coordonnées de F et F' dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ où Ω est le milieu du segment [F F']. Puis calculer la distance $FF' = 2c$ où $c \in \mathbb{R}_+$. 1pt
 - b) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan P vérifiant la relation $MF + MF' = 6$.
Quelle est la nature de (Γ) ? Donner l'équation de (Γ) dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$. 0,75pt
Déterminer les foyers, les directrices et l'excentricité de (Γ) . 1,25pt
 - c) Construire (Γ) . 1pt

EXERCICE 2 / 4 points

L'espace est muni d'un repère affine orthonormé (O, I, J, K) . Soit M le point de coordonnées $(1, m, 2)$ et (S) la sphère de centre M et de rayon 3.

1. Donner une équation cartésienne de (S) en fonction du paramètre réel m. 1pt
2. Déterminer une équation cartésienne du plan (I, J, K) . 1pt
3. Calculer en fonction de m la distance du point M au plan (I, J, K) . 1pt
4. En déduire les valeurs de m pour lesquelles la sphère (S) est tangente au plan (I, J, K) . 1pt

PROBLEME / 11 points

Dans tout le problème, \ln désigne le logarithme népérien.

1. On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x.$$

- a) Donner le domaine de définition de g . 0,25pt
 b) Etudier les variations de g et en déduire que : pour tout x de Dg , $g(x) > 0$. 0,75pt

2. Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = x + 1 + \frac{2\ln x}{x}$

- a) Donner le domaine de définition de f . 0,5pt
 b) Etudier les variations de f (dérivée, sens de variation, limites aux bornes, tableau de variations). 2pts

3. On désigne par (C) la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2 cm.

- a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C) . 0,5pt
 b) Déterminer le point B de (C) où la tangente est parallèle à la droite (Δ) . 0,75pt
 c) Déterminer le point d'intersection avec l'axe (O, \vec{j}) de la tangente (T) à la courbe (C) au point A d'abscisse 1. 0,75pt
 d) Construire (T) , B et (C) . 1,75pt

4. a) Montrer que f est une bijection de \mathbb{R}_+^* sur \mathbb{R} . 0,5pt.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique α comprise entre 1/2 et 1. 0,5pt.

c) Construire dans le même repère que (C) la courbe (C') représentative de la fonction f^{-1} réciproque de la fonction f . 1pt.

5. Calculer l'aire A en cm^2 , du domaine plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations $y = x + 1$, $x = 1$ et $x = e$. 1pt.

EXERCICE 1 : (5 points)

- 1) a) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système : $\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ ab = 2 \end{cases}$ 1,5pt
- b) En déduire les solutions dans \mathbb{R}^2 du système : $\begin{cases} \ln^2 x + \ln^2 y = 5 \\ \ln x \ln y = 2 \end{cases}$ 1,5pt
- 2) a) Déterminer des réels A et α pour que pour tout réel x : $3\cos x - \sqrt{3}\sin x = A \cos(x + \alpha)$ 1pt
- b) En déduire la solution dans $[0; 2\pi]$ de l'équation : $3\cos x - \sqrt{3}\sin x + \sqrt{6} = 0$. 1pt

EXERCICE II : (5points)

On considère le polynôme de la variable complexe z défini par :

$$P(z) = z^4 - z^3 + z - 1.$$

- 1) Calculer P(1) et P(-1). 1pt
- 2) Mettre P(z) sous la forme $P(z) = (z^2 - 1)Q(z)$, où Q est un polynôme à déterminer. 1,5pt
- 3) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$. 1,5pt
- 4) Représenter dans le plan complexe les images des solutions de cette équation. 1pt

Problème : 10 points

On considère la fonction numérique f définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x} \ln x \text{ où } \ln \text{ désigne la fonction logarithme népérien et on désigne par (C)}$$

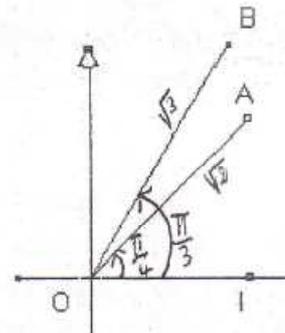
sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormée

$\mathcal{R}_2(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 1cm).

- 1) a) Etudier les variations de la fonction g définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x - 1 + \ln x$ et dresser son tableau de variations. 2 pts
- b) Vérifier que $g(1) = 0$ puis dresser le tableau de signe de g sur $]0 ; +\infty[$ 1pt
- 2 a) Démontrer que pour tout x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. 0,5pt
- b) Déduire de la question 1) le signe de f' et le sens de variation de f. 1pt
- c) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$. 0,5pt
- d) Dresser le tableau de variations de f. 1pt
- 3 a) Etudier la position de (C) par rapport à la courbe (C') d'équation $y = \ln x$. 1pt
- b) Déterminer la limite en $+\infty$ de $f(x) - \ln x$, puis donner une interprétation graphique du résultat. 1pt
- c) Construire (C) et (C') dans le plan muni du repère R. 1,5pt
- d) Calculer l'aire A du domaine plan compris entre les courbes (C) et (C') et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$ respectivement. 0,5pt

EXERCICE 1 : (4 points)

- 1- On donne dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2 tels que :
- $$\text{mes } \widehat{IOA} = \frac{\pi}{4}, \text{ mes } \widehat{IOB} = \frac{\pi}{3}, OA = \sqrt{2} \text{ et } OB = \sqrt{3}.$$



Ecrire z_1 et z_2 sous la forme algébrique.

1pt

- 2- On pose $x = \cos \frac{\pi}{5}$ et $y = \sin \frac{\pi}{5}$.

a) Exprimer $\cos \frac{2\pi}{5}$, $\sin \frac{2\pi}{5}$ et $\sin \frac{3\pi}{5}$ en fonction de x et y.

1,5pt

b) Montrer que $\sin \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{3\pi}{5}$

0,5pt

c) En déduire que x est solution de l'équation (E) : $4x^2 - 2x - 1 = 0$

0,5pt

d) En déduire alors la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{5}$

0,5pt

EXERCICE 2 : (5 points)

Dans une entreprise, on a évalué la distance qui sépare le lieu de travail de 50 ouvriers de leurs domiciles. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Distance en km	[0, 4[[4, 8[[8, 12[[12, 16[[16, 20[
Effectifs (n_i)	5	14	20	7	4
Centre de classe (x_i)	2				18
$n_i x_i$	10				72

- 1- Quelle est la classe modale de cette série ? 0,5pt
- 2- Recopier et compléter le tableau tout en ajoutant la ligne des fréquences. 1,5pt
- 3- Calculer la distance moyenne. 1pt
- 4- Calculer la variance et l'écart type. 1pt
- 5- Quel est le pourcentage des ouvriers dont le domicile est à moins de 12 km ? 1pt

PROBLEME : (11 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) . (unité sur les axes : 1 cm).

I- On donne les points $A(2, 0)$; $B(4, -2)$; $C(4, 2)$.

- 1- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC) et une équation cartésienne du cercle (C) de centre B et de rayon $r = \sqrt{8}$. **2pts**
- 2- Calculer la distance AB , puis la distance de B à la droite (AC) . **1,5pt**
- 3- En déduire la position relative de la droite (AC) et du cercle (C) . **0,5pt**
- 4- Tracer le cercle (C) et la droite (AC) . **2pts**

II-

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + x - 2$

- 1- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$. **1pt**
- 2- Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f . **0,5pt**
- 3- Vérifier que les droites (T) et (T') d'équations respectives $y = x - 2$ et $y = -x - 3$ sont les tangentes à la courbe représentative (C_f) de f aux points d'ordonnée -2 . **1,5pt**
- 4- Représenter soigneusement (T) , (T') et (C_f) dans le repère (O, I, J) . **2pts**

- 1- Déterminer le domaine de définition Df de f . 0,5pt
- 2- a) Vérifier que f est impaire. 0,5pt
- b) Montrer que $f'(x) = 2\left(\frac{1 - \ln x}{x^2}\right) \quad \forall x \in \mathbb{R}_+^*$. 0,5pt
- c) Etudier les variations de f sur \mathbb{R}_+^* . 1,5pt
- d) Calculer les abscisses des points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe (O, \vec{i}) . 1pt
- e) Ecrire l'équation de la tangente en $x_0 = 1$. 0,5pt
- 3- Construire la courbe (C_f) dans \mathbb{R}_+^* , puis la déduire dans \mathbb{R} . 1,5pt
- 4- Etudier graphiquement, suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation : $2 \ln x - mx - x = 0$. 1pt
- 5- Dans la suite, on suppose $x > 0$.
- a) Trouver la dérivée de la fonction F définie par $F(x) = (\ln x)^2$. 0,5pt
- b) Calculer l'aire A du domaine plan des points $M(x, y)$ tels que :

$$\begin{cases} -e \leq x \leq -1 \\ f(x) \leq y \leq 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 1 \leq x \leq e \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$$
 1pt
- c) Soit t un réel strictement positif compris entre 0 et 1.
Calculer l'aire B du domaine plan limité par (C_f) , les droites d'équations $y = 0$, $x = t$, et $x = 1$. 1pt
- d) Trouver t pour que $B = A$. 0,5pt

- 2- Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$. **1,5 pt**
- 3- Étudier les variations de f (limites, dérivée, sens de variation et tableau de variations). **3 pts**
- 4- Montrer que la droite Δ d'équation $y = x - 2$ est asymptote à Cf . **1 pt**
- 5- Construire avec soin Cf . **1,5 pt**
- 6- Déterminer une équation de la tangente à Cf au point d'abscisse 2. **1 pt**
-

EXERCICE 1 : 4,5 points

On considère les nombres complexes $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 1 - i$ et $z_3 = i$

1. (a) Mettre sous la forme trigonométrique les trois nombres complexes z_1 , z_2 et z_3 **1,5pt**
- (b) Écrire $z_1 z_2 z_3$ sous la forme algébrique. **1pt**
- (c)

L'épreuve comporte deux exercices et un problème tous obligatoires, sur deux pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 4,5 points

Une entreprise de production de composants électroniques a reparti ses différents types de productions mensuelles suivant le bénéfice (en millions de francs) dans le tableau suivant :

Bénéfices	[1;2[[2;3[[3;5[[5;8[
Effectifs	40	20	51	39

1. Déterminer le nombre de composants fabriqués. 0,5pt
2. Quelle est la classe modale de cette série statistique ? 0,5pt
3. Calculer la moyenne de cette série. 1pt
4. Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants et construire sa courbe.
En déduire une valeur approchée de la médiane de cette série. 2,5pts

EXERCICE 2 : 4,5 points

Soit (U_n) et (V_n) les suites définies par :
$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \\ V_n = U_n - 1, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
 et

1. Calculer U_0, V_0 et V_1 . 0,75pt
2. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison. 1pt
3. Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n . 1pt
4. On pose $t_n = U_n - U_0$ et $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$, pour tout entier naturel n ; Calculer t_n et S_n en fonction de n . 1,75pt

PROBLEME : 11 points

On définit une fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 6}{x - 2}$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. (a) Déterminer l'ensemble de définition de f . 0,5pt
(b) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. 1pt

2. (a) Montrer que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme : $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x-2}$. **0,75pt**
- (b) En déduire que la courbe de f admet une asymptote oblique dont on donnera une équation cartésienne. Etudier la position de la courbe de f par rapport à cette asymptote. **1,25pt**
- (c) Déterminer une équation de l'asymptote verticale à (C_f) . **0,5pt**
3. Démontrer que le point $I(2;1)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_f) . **1pt**
4. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f et étudier son signe. **1pt**
5. Dresser le tableau de variation de f . **1pt**
6. Tracer la courbe (C_f) . **1,5pt**
7. On considère les points $A(0;-3)$ et $B(4;5)$.
- (a) Ecrire une équation cartésienne du cercle de diamètre $[AB]$. **1pt**
- (b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} \in \mathbb{R}$. **1,5pt**

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages.

EXERCICE 1 : 4 points

On considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = \frac{U_n + 2}{U_n}$. 1pt

1. Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4 .

2. On pose $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$.

(a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. 1pt

(b) Exprimer V_n , puis U_n , en fonction de n . 1pt

(c) Déterminer la limite de la suite (U_n) . 1pt

EXERCICE 2 : 5 points

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

A/ L'espace est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z + 1 = 0$.

1. Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le centre Ω et le rayon r . 0,5pt

2. (a) Vérifier que le point $A(-1, 0, 2)$ appartient à (S) . 0,25pt

(b) Donner une équation du plan tangent à (S) en A . 0,5pt

3. Soit (P) le plan d'équation $z = 2$.

(a) Calculer la distance du point Ω au plan (P) . 0,5pt

(b) Montrer que l'intersection de (S) et (P) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon. 0,75pt

B/ Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère le point

$K(2, 0)$. A tout point $M(x, y)$ différent de K et d'affixe z , on associe le point $M'(x', y')$ d'affixe $z' = \frac{z+2}{z-2}$, où $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$.

1. Écrire z' sous forme algébrique. 0,75pt

2. Soit (H) l'ensemble des points M tels que z' soit imaginaire pur.

(a) Montrer que (H) est une partie d'une hyperbole dont on précisera les sommets et les asymptotes. 1pt

(b) Tracer (H) . 0,75pt

PROBLEME : 11 points

Les parties A et B du problème sont indépendantes.

PARTIE A : 8,5 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - \frac{e^x - 3}{e^x + 1}$ et on note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité sur les axes : $2cm$)

1. (a) Calculer les limites de f à $-\infty$ et à $+\infty$. 0,5pt
 (b) Montrer que la droite (D_1) d'équation $y = x + 3$ est asymptote à (C_f) à $-\infty$. 0,5pt
 On admet que la droite (D_2) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C_f) à $+\infty$.
2. (a) Vérifier que pour tout réel x , on a : $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$. 0,5pt
 (b) Dresser le tableau de variations de f . 0,75pt
3. (a) Montrer que le point $I(0, 1)$ est le centre de symétrie de la courbe (C_f) . 0,5pt
 (b) Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point I . 0,25pt
4. Étudier la position de la courbe (C_f) par rapport à la droite d'équation $y = 1$. 0,5pt
5. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $-2,8 < \alpha < -2,7$. 0,5pt
6. Tracer (C_f) , ses asymptotes et la tangente (T) . 2pts
7. (a) Vérifier que pour tout réel x , $f(x) = x + 3 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$. 0,5pt
 (b) En déduire les primitives de f sur \mathbb{R} . 0,5pt
8. Soit λ un réel strictement positif. On note (E_λ) le domaine du plan limité par la courbe (C_f) , la droite (D_2) et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \lambda$.
 (a) Hachurer (E_2) sur le graphique de la question 4. 0,5pt
 (b) Calculer en cm^2 et en fonction de λ , l'aire \mathcal{A}_λ de (E_λ) . 0,5pt
 (c) Calculer la limite quand λ tend vers $+\infty$ de \mathcal{A}_λ . 0,5pt

PARTIE B : 2,5 points

On considère les équations différentielles : $(E_1) : 2y'' - y' - y = 2$; $(E_2) : 2y'' - y' - y = 0$.

1. Montrer qu'il existe une fonction constante f_0 solution de (E_1) . 0,5pt
2. Montrer qu'une fonction f est solution de (E_1) si, et seulement si, $f - f_0$ est solution de (E_2) . 0,5pt
3. Résoudre (E_2) . 1pt
4. En déduire les solutions de (E_1) . 0,5pt

EXERCICE 1 : 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère l'application du plan qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe Z' tel que :

$$Z' = -z^2 - \bar{z}^2 - z\bar{z} + (3 - 2i)z + (3 + 2i)\bar{z} - 11.$$

- 1- Montrer que pour tout nombre complexe z , le nombre complexe Z' est réel. **1 pt**
- 2- On pose $z = x + iy$ où $(x; y) \in \mathbb{R}^2$.
Montrer que $Z' = 0$ si et seulement si $-3x^2 + y^2 + 6x + 4y - 11 = 0$. **0,5pt**
- 3- On désigne par (Γ) , l'ensemble des points M d'affixe $z = x + iy$ tels que $Z' = 0$.
 - a) Montrer que (Γ) est une conique dont on donnera l'équation réduite, la nature exacte et les coordonnées des sommets dans un repère que l'on précisera. **2 pts**
 - b) Tracer (Γ) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. **1,5pt**

EXERCICE 2 : 5 points

Le tableau suivant donne la superficie et le prix de dix appartements vendus récemment dans le centre d'une petite ville :

Superficie (en m^2) x_i	42	46	48	52	55	75	80	90	100	120
Prix (en milliers de francs) y_i	330	370	400	430	450	660	680	780	850	1050

- 1- Représenter, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ associé aux informations ci-dessus. On adoptera les unités graphiques suivantes : **1,5pt**
sur l'axe des abscisses : 1 cm pour $10 m^2$;
sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100 000 francs.
- 2- Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage des points $M_i(x_i; y_i)$ et placer le dans le repère. **1 pt**
- 3- Montrer qu'une équation de la droite d'ajustement de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés est : $y = 9,1086x - 44,89$. **1,5pt**
- 4- Dans cette question, on utilisera l'équation obtenue dans la question 3 pour faire des estimations de prix et de surface.
 - a) Estimer le prix d'un appartement de $150 m^2$. **0,5pt**
 - b) Estimer (au mètre carré près) la surface d'un appartement coûtant 1 600 000 francs. **0,5pt**

PROBLEME : **10 points**

Le problème comporte deux parties

On considère les fonctions f et g définis sur \mathbb{R} par : $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$;

$$g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}.$$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On prendra comme unité graphique : 1 cm .

Partie A : Étude du signe de g 3 points

- 1- Étudier les variations de g et dresser son tableau de variation. 1 pt ✓
- 2- Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans \mathbb{R} puis vérifier que $0,35 \leq \alpha \leq 0,36$. 1 pt ✓
- 3- En déduire le tableau des signes de $g(x)$. 1 pt ✓

Partie B : Étude de f (7 points)

- 1-
 - a) Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de f . Comparer $f'(x)$ à $g(x)$. 0,5 pt
 - b) Démontrer que $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 2×10^{-2} . 0,75pt
 - c) Dresser le tableau des variations de f . 1 pt ✓
- 2- Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$.
Préciser la position de (C_f) et de (D). 1 pt ✓
- 3- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0. 0,5pt
- 4- Tracer (D), (T) et (C_f) . 1,5 pt
- 5-
 - a) Déterminer les réels a, b et c tels que la fonction :
 $x \mapsto (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ soit une primitive de la fonction :
 $x \mapsto (x^2 + 2)e^{-x}$. 0,75pt
 - b) Calculer l'aire \mathcal{A} du domaine plan limité par (D), (T), (C_f) et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$. 1 pt ✓